TANIMLAR

Katı ve sıvı yakıtların en büyük sorunu VERİMLİLİK'tir. En iyi motorlarda bile enerjinin ancak %40 dan yararlanılır. Bu açıdan bakıldığında kimyasal yakıtlı motorlar epeyce verimsizdirler. Şu ana kadar oldukça iyi verim veren motorlar yapılmıştır ancak bazı problemlerden dolayı (özellikle ağırlık sorunu) kullanılmıyorlar. Verimi kısaca tanımlamak istersek,

$$Verim = \frac{Yapılan\ İş}{Harcanan\ Enerji}$$

Yakıtın iyi yakılamamasından dolayı verimsizlik vardır. Her zaman harcanan enerji ve yakılan enerjiyi doğrudan doğruya ölçme olanağımız yoktur. Bu nedenle çeşitli verimlilik parametreleri tanımlanmıştır. Bunlar:

1. **İtme Kuvveti:** Roket motoru tarafından roketi ve bağlı araçları itmek için meydana getirilen kuvvettir. Bir roketin seçiminde itme kuvveti en önemli parametredir. İtme kuvveti iki parametreye bağlıdır.

a) Yanma Oranı
b) Eksoz Hızı

Yanma Oranı: Bir roketin toplam yakıt miktarı m_e olsun. Birim zamanda yanan yakıt miktarı da Δm_e olsun.

$$\Delta m_e = \frac{dm_e}{dt} \qquad Yanma\ Oranı = \frac{\Delta m}{m_e} = \frac{dm_e / dt}{m_e} = \frac{d \ln m_e}{dt}$$

Eksoz Hızı V_e : Roketin kütle merkezine göre yanmış gazların dışarı atılma hızıdır. Bu olay çok karışık işlemler gerektirmektedir. Roketlerde kütle merkezi şiddetli yakıt sarfiyatından dolayı sürekli değişmektedir. Ayrıca kademeli roketlerde kütle merkezinin yeri her kademe için farklı olmaktadır.

2. **Ağırlık İtme Oranı :** Roket yukarıya doğru yükseldikçe atmosfer azalır, dolayısıyla sürtünme kuvveti de azalır. Buna karşılık itme kuvveti artıyormuş gibi görünür. İtme kuvveti değiştikçe ağırlık itme oranı da değişir.

$$Ağırlık\ İtme\ Oranı = \frac{İtme\ Kuvveti}{Roketin\ Toplam\ Agırlığı}$$

İtme kuvveti için çok yakıt gerekir. Yakıt arttıkça ağırlıkta artar. Hâlbuki oranın sabit kalması istenir. Bunun için roketi oluşturan yakıtın daha kaliteli olması gerekir ki az miktarla çok itme kuvveti oluşsun. Denklemdeki ağırlık anlamsız bir kavramdır. Ancak yeryüzünde sükûnet halinde bulunan cisimler için bir anlamı vardır. Oysa harekette bulunan bir cismin (özellikle yer çekimine karşı) ağırlığı yeryüzündeki sükûnet ağırlığından çok farklıdır. Örneğin, SatürnV roketinin tüm ağırlığı 3000 ton'dur. Bu ağırlığın büyük kısmını yakıt oluşturur. Bu roketin kalkıştaki itme kuvveti 3750 ton'dur. Yani 3000 tonluk bir roketi harekete geçirebilmek için 3750 tonluk bir itme kuvvetine ihtiyaç vardır. Kabaca ağırlık itme oranı 5/4 civarındadır. Halbuki roketin yörüngeye girmeye çalışan son kısmına ait kademenin itme kuvveti sadece birkaç kilogramdır.

3. **Öz İtim:** Roket motorunun bir saniyelik çalışması ile yakılan yakıtın 1 paund'dan (yaklaşık 0.5 kg) elde edilen itme kuvvetidir. Birimi saniyedir. Kullanılan kimyasal roketlerin çoğunda öz itim 300 saniyedir. Bu önemlidir, zira kimyasal yakıtlı roketlerde yakıt miktarı çoktur. Önemli olan yakıtın çokluğu değil yakıtın iyi yanmasıdır. Bazı kimyasal yakıtlarda özel hidrojen ve oksijen karışımı kullanılarak öz itim 400 saniyeye kadar çıkarılabilmektedir. Nükleer motorlularda öz itim 800-1000 saniye, iyon motorlarda ise 10000-15000 saniye dolayındadır.

4. **Kütle Oranı:** Bir roketin yakıtlı ve yakıtsız durumdaki kütlelerinin oranıdır.

Her zaman için kütle oranı 1'den büyüktür. Eğer kütle oranı 1 e çok yakın ise roket az bir yakıtla hareket edebiliyor demektir. 2.72/1 oranına konvensiyonel oran denir. Bu oran ile roket hızı, ekzos hızına eşitlenebiliyor.
$\frac{7.4}{1}$ kütle oranın da $2V_e$=roket hızı, $\frac{20}{1}$ kütle oranında $3V_e$=roket hızı elde ediliyor. Kütle oranını arttırmak için başvurulan yol **Kademeli roketlerdir**. Bu durumda kütle oranı, kademelerin kütle oranlarının çarpımına eşittir. Örneğin kademeler için kütle oranı 7.4/1 olsun, Buna göre iki kademeli roketin kütle oranı 57.8/1 olur. Bu yüksek bir değerdir. Böylece kademeli roketlerde kütle oranı bu şekilde yükseltilmiş olur.

ROKETLER İÇİN GENELLEŞTİRİLMİŞ HAREKET DENKLEMİ

Genellikle mekanikte biz maddesel noktalar veya kütlesi sabit olan cisimler ile uğraştığımızdan, bir cisme ait hareket denklemi,

$$\vec{F} = m\frac{dv}{dt} \qquad (1)$$

dir. Burada **F**, cisme etkiyen dış kuvvet; **v**,hız vektörü ve **m** de sabit kabul edilen kütledir. Ancak bu denklem kütlesi azalan veya artan cisimler için geçerli değildir. Roketler gibi kütlesi değişen cisimler için m(t) ve hız vektörü de v(t) ile gösterirsek, cismin lineer momentumu,

$$\mu(t) = m(t)\cdot v(t) \qquad (2)$$

olur. Buna göre genelleştirilmiş hareket denklemi şöyle ifade edilir: Hareket halinde bulunan bir cismin (sistemin) lineer momentumunun zamana göre türevi, o cisme etkiyen toplam dış kuvvete eşittir. Yani

$$\vec{F} = \frac{d\mu(t)}{dt} \qquad (3)$$

dir.

Sistem: Birbiriyle uzak veya yakın ilişkisi bulunan ve bir bütün teşkil eden elemanlar topluluğuna sistem denir. Örneğin, t_1 anında uzayda bir yer işgal eden ve aralarında bir çekim kuvveti bulunan maddesel noktalar, birbirlerine göre izafi bir harekete sahip olsalar bile herhangi bir t_2 anında aynı karakteri koruyorlarsa, bu maddesel noktalar bir sistem teşkil ediyorlardır. (3) denklemi bir sistem için geçerlidir.

Kontrol Hacmi: Bir ortamdan bölünerek çıkarılmış olan sabit bir hacımdır. Aynı maksada hizmet eden elemanlardan teşekkül etme zorunluluğu yoktur. Böyle hacimler için kütle korunumu söz konusu olmadığından (3) denklemi direkt olarak geçerli değildir. (2) denklemiyle verilen momentum ifadesi tek hızı olan sistemler (veya hızı sistemin bir noktasından diğer bir noktasına göre değişmeyen haller) için geçerlidir. Eğer sistem, kütleleri $m_i(t)$ ve hız vektörleri $v_i(t)$ (i=1,2,...,N) olan N elemandan oluşmuş ise, lineer momentumun ifadesi,

$$\vec{\mu}(t) = \sum_{i=1}^{N} m_i(t) \cdot \vec{v}_i(t) \qquad (4)$$

olur. Bu maddesel noktaların sayısı N arttırılırsa $N \to \infty$, sistem sürekli bir ortam halini alır. Sürekli sistem hali için momentum ifadesi,

$$\vec{\mu}(t) = \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i(t) \cdot \vec{v}_i(t) \qquad (5)$$

olur. $N \to \infty$ olurken toplam momentum bir integral ile gösterilirse,

$$\mu(t) = \int_{\gamma} v(t) dm(t) \qquad (6)$$

olur. Burada γ, sistemin kapladığı hacmi göstermektedir ve integral bu hacmin üzerinden alınmalıdır.

Şimdi, bazı özel hallerde, durumu inceleyelim. Diyelim ki dış kuvvetler sıfır olsun. Yani yerçekimi çok küçük, yok denebilir ve hava basıncı da ihmal edilsin. Bu durumda,

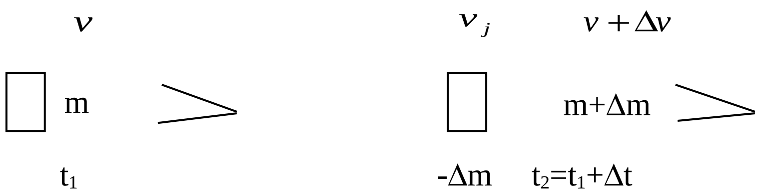
$$\vec{F} = \frac{d\mu(t)}{dt} \qquad \text{ve} \qquad \frac{d\mu(t)}{dt} = 0 \qquad (7)$$

olur. Yani sistemin lineer momentumu zamanla değişmiyor, sabittir. Diğer bir deyişle lineer momentum korunmuş olur. (7) denklemini t_1 den t_2 kadar integre edersek,

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{d\mu(t)}{dt} = 0 \qquad \text{buradan} \qquad \mu(t_2) = \mu(t_1) \qquad (8)$$

elde edilir. Bu bilgileri bir rokete uygularsak, $t_1$zamanının toplam kütlesi m ve yere göre hızı v olan bir roket düşünelim. Yakıt sarfiyatı nedeniyle kütlede değişimler olacağından t_2 zamanındaki toplam kütle m+Δm ve mutlak hız ise $v + \Delta v$ olacak, ayrıca arkada -Δm kütleli ve yere göre hızı v_j olan bir egzos gaz kütlesi bırakacaktır. Buna göre hız artışı ile kütle artışı arasındaki bağlantıyı bulalım.

Çözüm:



Dış kuvvetler sıfır olduğundan toplam momentum korunuyor demektir. O halde (8) denklemini kullanabiliriz. Bunun için t_1 ve t_2 zamanındaki momentum ifadelerini bilmemiz gerekir.

$$\mu(t_1)=mv \quad \text{ve} \quad \mu(t_2)=(m+\Delta m)(v+\Delta v)-\Delta m v_j \qquad (9)$$

olur. (9) denklemini açarsak,

$$\mu(t_2)=mv+m\Delta v+\Delta m\Delta v+\Delta m v-\Delta m v_j$$

Bulunur. Halbuki biliyoruz ki $\mu(t_1)=\mu(t_2)$ olduğundan,

$$m\Delta v+\Delta m v+\Delta m\Delta v-\Delta m v_j=0 \qquad (10)$$

bulunur. Burada $\Delta m\Delta v \ll 0$ olduğundan ihmal edilebilir. Böylece

$m\Delta v+\Delta m v-\Delta m v_j=0$ olur ve $m\Delta v+\Delta m(v-v_j)=0$ bulunur.
Burada, $v-v_j=v_e$ (rokete göre eksoz hızı, relatif hız)

$$m\Delta v=-v_e\Delta m \qquad (11)$$

denklemini elde ederiz. Rokette tepki kuvvetinin meydana gelebilmesi için v ile v_e nin ters yönlü olması gerekir. Eğer (11) denkleminde vektör işaretlerini kaldırırsak,

$$mdv=-v_e dm \qquad (12)$$

olur. Pratikte v_e sabit kabul edildiğinden,

$$dv=-v_e\frac{dm}{m} \qquad (13)$$

dir. Şimdi t=0 dan t=t ye kadar integre edersek,

$$\int_0^t dv=-v_e\int_0^t\frac{dm}{m}$$

$$v=v_0+v_e\ln\frac{m_0}{m} \qquad (14)$$

bulunur. Burada v_0 ve m_0; t=0 anındaki hız ve kütledir. Belli bir t_f zaman sonra pratik olarak bütün yakıt harcanmış olacaktır. Eğer, m_f ye toplam yakıt kütlesi, m_r ye de boş roket kütlesi dersek, $m_0=m_f+m_r$ olduğundan bunları (14) denkleminde yerine koyarsak,

$$v - v_0 = v_e \ln(1 + \frac{m_f}{m_r}) \qquad (15)$$

olur. (15) denkleminden görülüyor ki, hız artışını yükseltmek için iki noktaya dikkat etmek gerekir. Birincisi, egzoz hızını yüksek tutmak, ikincisi de yakıt kütlesinin boş roket kütlesine oranını büyük yapmak. Buda fazla yakıt sarfiyatı gerektirir. Ayrıca logaritmik olarak tesir ettiğinden ikinci derece öneme sahiptir. Bu bakımdan egzoz hızının yüksek olması tercih edilir.

Şimdi **m=m(t) nin zamana göre değişimini** inceleyelim.

Bunun için en çok kullanılan iki değişim formülü vardır:

a) Lineer değişim kanunu $m = m_0(1 - qt)$
b) Ekspotansiyel değişim kanunu $m = m_0 e^{-qt}$

Burada $q = \frac{dm}{dt}$ dir. (13) nolu denklemin her iki yanını dt/m ile bölelim.

$$m\frac{dv}{dt} = -v_e \frac{dm}{dt} = f(t) \qquad (16)$$

bulunur. Burada $f(t)$ rokete etkiyen reaktif kuvvettir. Eğer lineer değişim kanunu (16) denkleminde kullanılırsa,

$$m\frac{dv}{dt} = f(t) = m_0 q v_e \qquad (17)$$

bulunur. Egzoz hızı $v_e = sabit$ kabul edilirse, reaktif kuvvetin sabit olduğu görülür.

PROBLEM: Uranyum bozunması ile ortaya çıkan parçacıklar, silindirik bir roketin içinde 10^4km/sn hızla her yöne yayılmaktadır.

a) Öne giden parçacıkların absorbe edilip, arkaya gidenlerin yalnız eksen doğrultusunda hareket ettikleri varsayılarak roket hızının 11.2km/sn ye ulaşması için ne kadar yakıt gerekeceğini,
b) Yakıtın 100sn de tükendiğini varsayarak 1sn de roketin cidarlarınca absorblanan ortalama enerjiyi ve gücü,
c) Yayılan tüm parçacıkların yansıtılarak eksen doğrultusunda püskürtüldüğünü varsayarak (a) şıkkındaki durum için ne kadar yakıt gerektiğini bulunuz.

ÇÖZÜM: Roketim kütlesinin m=10^3kg olduğunu varsayalım.

a) Bozunan kütlenin yarısı tekrardan roket içinde kaldığından, momentumun korunumuna göre, $mv = \frac{m_e}{2} v_e$ denkleminden

$\frac{m_e}{2} = \frac{mv}{v_e} = \frac{10^3 \cdot 11.2}{10^4} = 1.12$ den $\qquad m_e = 2.24kg$ bulunur.

b) t=100sn, 1sn deki ortalama enerji ve güç?

$E = \frac{1}{2}\frac{m_e}{2}v_e^2$ denkleminden E=5.5x10^7 joule, güç ise $\frac{5.5 \cdot 10^7}{100} = 5.5 \cdot 10^5$ watt bulunur.

c) $mv = m_e v_e$ den $\quad m_e = \frac{mv}{m_e} = \frac{10^3 \cdot 11.2}{10^4} = 1.12kg$

PROBLEM: Bir roket atış rampasına düşey olarak yerleştirilmiştir. Roketin ağırlığı (yakıt dahil) 10^{3}kg, yakıtın yanma hızı 2kg/sn dir. v_e için öyle kritik bir değer bulunuz ki roket ancak yerinden kalksın.

ÇÖZÜM: $F_{itme} = F_{çekme}$ olmalıdır. $F_{çekme} = mg$ ve $\vec{F}_{itme} = -v_e \frac{dm_e}{dt}$ olduğundan, $v_e = 4.9\ km/sn$ bulunur.

PROBLEM: Öz itimi 500 saniye olan bir rokette egzoz hızını bulunuz.

ÇÖZÜM: $I_{öz} = \frac{I}{\delta\, m_e g} = \frac{F_{itme} \cdot \delta\, t}{\delta\, m_e \cdot g}$ olduğundan $I_{öz} = \frac{v_e \frac{\delta\, m_e}{\delta\, t} \cdot dt}{\delta\, m_e g} = \frac{v_e}{g}$ denkleminden

$v_e = I_{öz} \cdot g = 500 \times 9.8 \times 10^{-3} = 4.9km/sn$ bulunur.

Not: Kaybedilen kütle (m_e) ile g arasında bir bağıntı vardır. Yükseklik arttıkça g'nin değeri azalmaktadır. Ancak roket atış rampasında olduğundan yeryüzündeki g değeri kullanılmıştır.)