

1 DERS-1

Enerjinin konveksiyon ile iletildiği bölge için r yarıçapı kullanılır.
Tabakanın yoğunluğu $\rho(r)$ sabit olsun.

Kudunun kütlesi $p(r) \cdot dr$

Yarıçapı r olan kürenin kütlesi $M(r)$

kudunya uygulanan çekim kuvveti $\Rightarrow g(r) = \frac{GM(r)}{r^2}$

Kudunun ağırlığı $W = g(r) \cdot q(r) \cdot dr$ den

$$W = \frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \cdot dr$$

Bazı farkı = ağırlık

kudunya ettiği eden basınç farkı

$$P(r) - [P(r) - dP(r)] = W$$

$$dP(r) = - \frac{GM(r)\rho(r)}{r^2} dr \quad (3)$$

Bu denklem hidrostatik denge denklemdir. Ya da

$$\frac{dP(r)}{dr} = - \frac{GM(r)\rho(r)}{r^2} \text{ basınç gradyenti denklemdir.}$$

Kütlelerin sürekliliği Denklemi

Yarı küre ründe besleniyor gibi.

r yarıçaplı bir kürenin hacmi $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ dir.

Bunun diferansiyelini alalım.

$$dV(r) = 4\pi r^2 \cdot dr$$

Tabakanın kütlesi $\rightarrow dM(r) = 4\pi r^2 \rho(r) \cdot dr$

Bu denkleme küresel simetri denklemi denir. Ya da

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \text{ kütle gradyenti denklemi denir.}$$

Sonuçta 2 denkleminiz var.

2

$$I. \quad dP(r) = - \frac{G M(r)}{r^2} \rho(r) dr$$

$$II. \quad dM(r) = 4\pi \rho(r) r^2 dr$$

Bu iki denklem de bilinmeyenler; $M(r)$, $P(r)$, $\rho(r)$ dir. Problem çözülemey. III. denkleme ihtiyacınız var.

= Basınç-Yoğunluk denkleminin bulunması =

Yıldızın iç kısmındaki enerji, dış tabakalara konveksiyon akımlarıyla iletliyorsa, yıldız konvektif veya adyabatik denge halindedir denir. Böyle bir yıldızda P basınç ve ρ yoğunluğu arasında,

$$P = K \rho^\gamma \rightarrow \boxed{P(r) = K \rho^\gamma(r)} \quad \text{III. Denklem. (konv)}$$

bağında vardır.

Buna da $K = \text{bir sabit}$, γ gazın spesifik ısıları oranıdır, ve

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \text{ dir,}$$

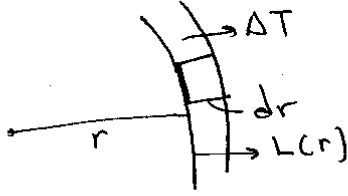
Eğer gazın atomları iyonlaşmış ise $\gamma = \frac{5}{3}$,

iyonlaşmamış ise $\gamma < \frac{5}{3}$ olur.

Eğer yıldız içi maddesi tamamen konvektif denge halinde ise $P(r) = K \rho^\gamma(r)$ denklemini kullanılabilir, 3 denklem ve 3 bilinmeyen var. Problem çözülebilir.

Ne yazık ki, deb enerji iletimini konveksiyon akımı değildir. Konvektif denge, ancak sınırlı şartlarda mümkündür.

Enerjinin Radyasyonda İletilmesi ³ Durumu
 I ve II. Terimler radyasyonla iletimde geçerli. Ancak
 III. Terim geçerli değil. III. yerine yeni bir terim arıyoruz.



r yarıçaplı kürenin yüzeyinden birim
 zamanda geçen toplam enerji miktarı
 $L(r)$ olsun.

Kütlenin alt yüzeyinden geçen enerji ise $\frac{L(r)}{4\pi r^2}$ dir,

dr tabakaasının iki yüzeyi arasındaki ısı farkı $\Delta T(r)$ yetenince
 büyük ısı iletimi mümkündür.

Buna göre $\frac{dP_{rad}(r)}{dr}$ olsun. (İsa doğru alınacak)

Başvurduğumuz bu $dP_{rad}(r)$ radyasyon baskısı, radyasyonun dışarıya
 akmasına neden olur.

$\frac{dP(r)}{dr} = ?$ Hangi kuvvetler dengeler. Bu kuvvetleri bulmak
 gerekir.

1. kuvvet; radyasyonun kendi ağırlığıdır.

$E =$ radyasyon enerjisi olsun. (momentum = kütle x hız mv)

$m \cdot v = m \cdot c$ dir, $E = mc^2$ olduğundan, $\frac{E}{c} = mc$

momentum = $\frac{E}{c}$

$E = \frac{L(r)}{4\pi r^2}$ di. Buna göre $\boxed{\frac{E}{c} = \frac{L(r)}{4\pi r^2 c}}$ dir.

2. kuvvet ise; kütlenin kendi ağırlığıdır madde miktarının dairesel dir, yani
 $p(r) dr$ (kütlenin kütlesidir).

3. kuvvet ise kütlenin kendi ağırlığıdır maddenin yapısıdır. Yani
 χ (kappa) opaklığıdır.

Şimdi bu üç etkeni çarpıp, radyasyon baskısı
 difüzyonuna eşitleriz.

$$\frac{dP_{rad}(r)}{dr} = - \underbrace{\frac{L(r)}{4\pi r^2 c}}_1 \cdot \underbrace{p(r)}_2 \cdot \underbrace{dr \cdot \chi}_3 \quad \text{III. İfade (rad)}$$

Biliyoruz ki radyasyon basıncı $P_{\text{rad}}(r) = \frac{1}{3} a T^4(r)$ dir.
Bu denklemin diferansiyeli alalım.

$$\underline{dP_{\text{rad}}(r)} = \frac{4}{3} a T^3 \cdot dT(r)$$

III denklemin (rad) ile eşitlenirse,

$$\boxed{dT(r) = - \frac{3\chi}{16\pi ac} \frac{L(r)}{r^2} \frac{P(r)}{T^3(r)} \cdot dr}$$

Merkitten dr kalor uzayındakine eşitlenen $dT(r)$ miktar azaldığından:

Radyasyon bölgesinin eşitli denklemleri,

$$\text{Basınç gradyenti } dP(r) = - \frac{a m(r) \rho(r)}{r^2} dr$$

$$\text{Kütle gradyenti } dm(r) = 4\pi r^2 \rho(r) \cdot dr$$

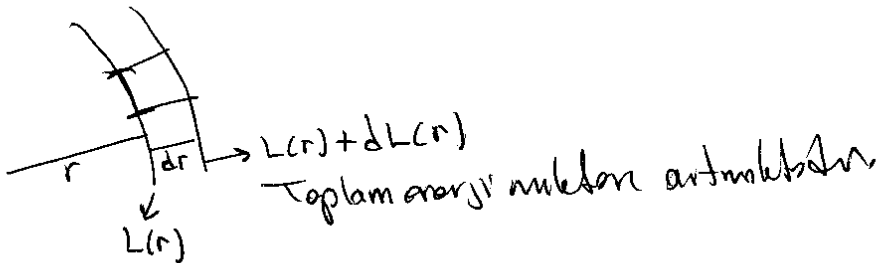
$$\frac{dP(r)}{\text{rad}} = - \frac{\chi L(r)}{4\pi r^2 c} \rho(r) dr \text{ veya}$$

$$dT(r) = - \frac{3\chi}{16\pi ac} \cdot \frac{L(r)}{r^2} \cdot \frac{\rho(r)}{T^3(r)} \cdot dr.$$

Bilinmeyenler; $P(r)$, $m(r)$, $\rho(r)$, $T(r)$, $L(r)$ sabit.

ve χ opaktliğinin da hesaplanması gerekiyor.

Enerjinin
Radyasyonda (fotonda) 4. denklemin bulunması,
ya da χ opaktliğinin bulunmasıdır.



$$dL(r) = 4\pi r^2 \rho(r) E(r) dr$$

E ; Jabba rancid maddenin her gramının birim zamanda ürettiği enerji miktarıdır.

ARTIK
5 bilinmeyenle karşı 4 denkleminiz vardır,
bilinmeyenler den birisi $\rho(r)$ yoğunlukudur ve her dört denklemde de mevcuttur, $\rho(r)$ yob edilebilir.
Biliyoruz ki, yıldızın rancid gaz IDEAL GAZ olduğundan
HAL DENKLEMİ

$$P(r) = \frac{k}{MH} \rho(r) T(r) \text{ dir.}$$

Burada k ; Boltzmann sabiti

H ; hidrojen atomunun (protonun) gram eksen den kütleli.

M ; gaza ait ortalama molekül ağırlığıdır,

Boylece hal denklemini $\rho(r) = \frac{H}{k} M \frac{P(r)}{T(r)}$ dir ve denklemlerde yerine konursa,

$$dP(r) = - \frac{GM(r)}{k} \cdot \frac{P(r)}{r^2} \cdot \frac{P(r)}{T(r)} dr$$

$$dM(r) = \frac{4\pi H M}{k} \frac{P(r)}{T(r)} r^2 dr$$

$$dT(r) = - \frac{3HM}{16\pi a c k} \cdot \frac{P(r)}{T^4(r)} \cdot \frac{L(r)}{r^2} dr$$

$$dL(r) = \frac{4\pi H M E(r)}{k} \frac{P(r)}{T(r)} r^2 dr$$