

MÜN HESAPLANMASI

DERS-2

Yıldızlarda atomlar tamamen iyonlaşmış bir ortamda olduğundan acaba μ nasıl hesaplanabilir. $\mu \rightarrow 1$

İdeal gaz kanununa göre $P = \frac{k}{m_H} \rho T$ idi.

$\frac{\rho}{m_H}$ = Birim hacimdeki parçacık sayısıdır (N_1) buna göre

$\mu = \frac{\rho}{m_H N_1}$ dir, N_1 parçacık sayısı bilinirse μ hesaplanabilir.

Atomlar iyonlaşmadan önceki durum; X , hidrojen, Y helyum, $(1-X-Y)$, geri kalan elementler olsun.

Şimdi bu üç elementin parçacık sayısını bulalım.

1 cm^3 lik hacimde kütle ρ gram olsun. Bu ρ gramın % X i hidrojen olsun.

Buna göre, ρ gramda $X\rho$ gram hidrojen vardır,

$\frac{X\rho}{m_H} = 1 \text{ cm}^3$ liki hidrojen atom sayısıdır.

$\frac{X\rho}{m_H} = N_H^1$ Hidrojen atom sayısı

$\frac{Y\rho}{4m_H} = N_{He}^1$ Helyum atom sayısı

$\frac{(1-X-Y)\rho}{2Z \cdot m_H} = N_z^1$ ($Z=3,4, \dots$ diğer elementler.) Ağır element atom sayısı

$2Z$: Atom sayısı Z olan element'in proton + nötron sayısı toplamı

$2Zm_H$ = atom sayısı Z olan elementin eşit değerin kütleleridir.

SORU; Atomlar tamamen iyonlaşmış bir ortamda parçacık sayısı ne olur?

Nötral durumdaki hidrojen için parçacık sayısı N_H^1 'dir. $\mu \rightarrow 2$
Hidrojen iyonlaşımında $N_H = 2 N_H^1$ olur. Yani

$N_H = \frac{2 \times \rho}{m_H}$; 1 cm^3 te, iyonlaşmış hidrojen den meydana gelen gazdaki parçacık sayıdır. Bunu helyum ve ağır elementler için yazarsak.

$$N_{He} = \frac{3Y\rho}{4m_H} \text{ ve } N_Z = \frac{(Z+1)(1-X-Y)\rho}{2Zm_H} \text{ dir.}$$

Eğer $\frac{Z+1}{Z} \approx 1$ kabul edilirse $N_Z = \frac{(1-X-Y)\rho}{2m_H}$

Not: en büyük değer $\frac{4}{3} \approx 1.33$ dir.)

$$m_H \mu = \frac{\rho}{N_H + N_{He} + N_Z} \text{ olduğundan,}$$

$$m_H \mu = \frac{\rho}{\frac{2 \times \rho}{m_H} + \frac{3Y\rho}{4m_H} + \frac{(1-X-Y)\rho}{2m_H}} \text{ olduğundan}$$

$$\boxed{\mu = \frac{4}{6X+Y+2}} \text{ bulunur. yada } \mu = \frac{1}{1.5X+0.25Y+0.5} \text{ dir.}$$

Bulunan sonucun yorumu; Hidrojen ve helyum bolluğu bilindiği takdirde, yıldız meydana getiren gazın μ molekül ağırlığı hesaplanabilir.

μ , molekül ağırlığı $0.5 \leq \mu \leq 2$ arasındadır.

Soru; Sadece hidrojen bolluğu biliniirse μ hesaplanabilir mi?

Yaklaşık olarak $X+Y \approx 1$ olduğundan

$$\mu = \frac{4}{5X + \underbrace{X+Y}_{1} + 2} \approx \frac{4}{5X+3} \text{ dir.}$$

Not: $X+Y \approx 1$ ise
 $1-X-Y \approx 0.02$ dir.

μ değeri $\frac{1}{2} \leq \mu \leq 2$ aralığındadır

$\mu \rightarrow 3$

μ 'nün farklı değerleri için Ainekte ortalama sıcaklığı (\bar{T}) hesaplayalım.

$$\bar{T} \geq \frac{\mu m_H}{5k} \frac{GM}{R} \text{ idi.}$$

Ainekte; $G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ cgs}$, $k = 1.38 \times 10^{-16}$

$m_H = 1.67 \times 10^{-24} \text{ gr}$, $M_\odot = 2 \times 10^{33} \text{ gr}$, $R_\odot = 7 \cdot 10^{10} \text{ cm}$

$$\bar{T} \geq 4.58 \times 10^6 \cdot \mu \text{ olur.}$$

$\mu = \frac{1}{2}$ için $\bar{T}_0 \geq 2.29 \times 10^6 \text{ K}$

$X = 0.6$ alınırsa $\mu = 0.66$ ve $\bar{T}_0 \geq 3 \times 10^6 \text{ K}$ (4/60 Hidrojenlilik)

ELEKTRON YOĞUNLUĞU HESABI (N_e) \rightarrow Elektron gazının ortalama molekül yoğunluğu.
Tamamen iyonlaşmış bir gaz ortamı olduğunu varsayıyoruz.

$N_e = 1 \text{ cm}^3$ debi elektron sayısı olur.

$N_e = \frac{\rho}{2m_H} (1+X)$ olur. Çünkü elektron yoğunluğu, sadece hidrojen bolluğuna bağlıdır.

Bunun böyle olduğunu ispatlayalım.

Elektron yoğunluğu sayısı, bir gazdaki hidrojen, helyum ve geri kalan ağır elementlerin iyonlaşmalarından sonra, ortama kalacak elektron sayısıdır.

$N_H^i = \frac{X\rho}{m_H}$ $\xrightarrow[\text{maydana gelen elektron sayısı}]{\text{iyonlaşma,}} \times 1$ $N_H^{ii} = \frac{X\rho}{m_H}$

$N_{He}^i = \frac{Y\rho}{4m_H}$ $\xrightarrow{\times 2}$ $N_{He}^{ii} = \frac{Y\rho}{2m_H}$

$N_Z^i = \frac{(1-X-Y)\rho}{2Zm_H}$ $\xrightarrow{\times Z}$ $N_Z^{ii} = \frac{(1-X-Y)\rho}{2m_H}$

$$N_e = \frac{\rho}{m_H} \left(X + \frac{Y}{2} + \frac{(1-X-Y)}{2} \right)$$

$$N_e = \frac{\rho}{2m_H} (1+x) \quad \text{Bu } 1\text{cm}^3 \text{ ldeki elektron sayıdır. } \mu \rightarrow 4$$

N_e bulunduğuna göre M_e hesaplanabilir.

$$\frac{\rho}{\mu m_H} = N_e \text{ idi. Buna göre } N_e = \frac{\rho}{M_e \cdot m_H}$$

$$\frac{\rho}{M_e \cdot m_H} = \frac{\rho}{2m_H} (1+x) \text{ den } M_e = \frac{2}{1+x} \text{ bulunur.}$$

Elektron yoğunluğu, ortamdaki Hidrojen bolluğuna bağlıdır.

—o—